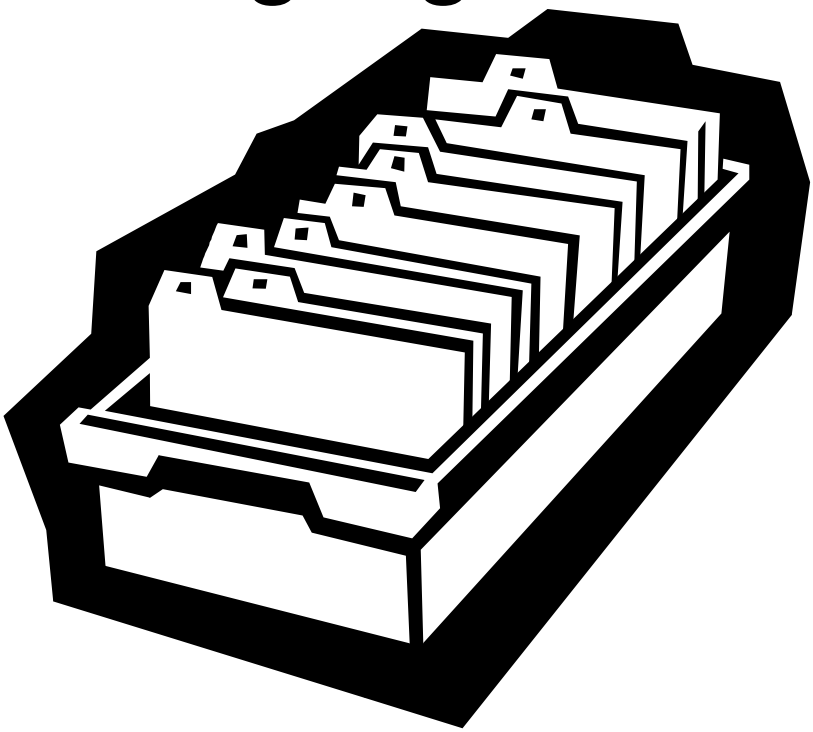
Lösungen zu den Karteikarten für Intensivierungsstunden in Jahrgangsstufe 11



Gruppe B

(Einfache KD – Rationale Funktionen)

– Angaben ohne Gewähr –

Gruppe B	Thema *Einfache KD – Rationale Funkt.*	Schwierigkeit: weiß

B 01

a) $f(x)=\frac{x^2+4x}{x^2-4}$

B: $x^2 - 4 = 0$

$x^2 = 4$

$|x| = 2$

$x_1 = -2 \mid x_2 = 2$ **D = IR\{–2; 2}**

b) $f(x)=\frac{x^2+4}{x^2+8x-20}$

B: $x^2 + 8x - 20 = 0$

$(x - 2)(x + 10) = 0$

$x_1 = 2 \mid x_2 = -10$ **D = IR\{–10; 2}**

c) $f(x)=\log_{10}(5x+3)$

L: $5x + 3 > 0$

$5x > -3$

$x > -0{,}6$ **D =]–0,6; +∞[**

d) $f(x)=\sqrt{-4x+3}$

W: $-4x + 3 \geq 0$

$-4x \geq -3$

$x \leq 0{,}75$ **D =]– ∞; 0,75]**

e) $f(x)=23x^2-\sin x+2^x$

Weder B noch W noch L, also: **D = IR**

f) $f(x)=\sqrt{x^2+2}$

W: $x^2 + 2 \geq 0$

$x^2 \geq -2$ (w) **D = IR**

Gruppe B	Thema *Einfache KD – Rationale Funkt.*	Schwierigkeit: weiß

B 02

a) $f(x)=\frac{x^2+23x}{2x^2-18}$

B: $2x^2 - 18 = 0$

$x^2 = 9$

$|x| = 3$

$x_1 = -3 \mid x_2 = 3$ **D = IR\{–3; 3}**

b) $f(x)=\frac{x-4}{2x^2+12x-14}$

B: $2x^2 + 12x - 14 = 0$

$2(x^2 + 6x - 7) = 0$

$(x + 7)(x - 1) = 0$

$x_1 = -7 \mid x_2 = 1$ **D = IR\{–7; 1}**

c) $f(x)=\log_2(-2x+5)$

L: $-2x + 5 > 0$

$-2x > -5$

$x < 2{,}5$ **D =]– ∞; 2,5[**

d) $f(x)=\sqrt{4x^2+3}$

W: $4x^2 + 3 \geq 0$

$4x^2 \geq -3$

$x^2 \geq -0{,}75$ (w) **D = IR**

e) $f(x)=\cos(2x+1)-\sin x+\pi^2$

Weder B noch W noch L, also: **D = IR**

f) $f(x)=\sqrt{-x+2}$

W: $-x + 2 \geq 0$

$-x \geq -2$

$x \leq 2$ **D =]– ∞; 2]**

Gruppe B	Thema *Einfache KD – Rationale Funkt.*	Schwierigkeit: weiß

B 03

a) $f(x)=\frac{x^2+23x}{0{,}5x^2-32}$

B: $0{,}5x^2 - 32 = 0$
$x^2 = 64$
$|x| = 8$
$x_1 = -8 \mid x_2 = 8$ **D = IR\{–8; 8}**

b) $f(x)=\frac{x-4}{2x^2+8x-24}$

B: $2x^2 + 8x - 24 = 0$
$2(x^2 + 4x - 12) = 0$
$(x + 6)(x - 2) = 0$
$x_1 = -6 \mid x_2 = 2$ **D = IR\{–6; 2}**

c) $f(x)=\log_2(x^2+5)$

L: $x^2 + 5 > 0$
$x^2 > -5$ (w) **D = IR**

d) $f(x)=\sqrt{-12x-24}$

W: $-12x - 24 \geq 0$
$-12x \geq 24$
$x \leq -2$ **D =]– ∞; 2]**

e) $f(x)=2x^2\cdot\cos(2x+1)$

Weder B noch W noch L, also: **D = IR**

f) $f(x)=\log_5(-8x+12)$

L: $-8x + 12 \geq 0$
$-8x \geq -12$
$x \leq 1{,}5$ **D =]– ∞; 1,5]**

Gruppe B	Thema *Einfache KD – Rationale Funkt.*	Schwierigkeit: weiß

B 03

a) $f(x)=\frac{x^2+23x}{0{,}5x^2-32}$

B: $0{,}5x^2 - 32 = 0$
$x^2 = 64$
$|x| = 8$
$x_1 = -8 \mid x_2 = 8$ **D = IR\{–8; 8}**

b) $f(x)=\frac{x-4}{2x^2+8x-24}$

B: $2x^2 + 8x - 24 = 0$
$2(x^2 + 4x - 12) = 0$
$(x + 6)(x - 2) = 0$
$x_1 = -6 \mid x_2 = 2$ **D = IR\{–6; 2}**

c) $f(x)=\log_2(x^2+5)$

L: $x^2 + 5 > 0$
$x^2 > -5$ (w) **D = IR**

d) $f(x)=\sqrt{-12x-24}$

W: $-12x - 24 \geq 0$
$-12x \geq 24$
$x \leq -2$ **D =]– ∞; 2]**

e) $f(x)=2x^2\cdot\cos(2x+1)$

Weder B noch W noch L, also: **D = IR**

f) $f(x)=\log_5(-8x+12)$

L: $-8x + 12 \geq 0$
$-8x \geq -12$
$x \leq 1{,}5$ **D =]– ∞; 1,5]**

Karteikarten für Jg. 11 © H. Drothler www.drothler.net

Gruppe B	Thema *Einfache KD – Rationale Funkt.*	Schwierigkeit: gelb

B 01 $f(x) = \frac{(3+2x)x^2}{x(2x+3)^2(x+1)^3} = \frac{x}{(2x+3)(x+1)^3}$

a) **B:** $x(2x + 3)(x + 1) = 0$

$x = 0$ => $x_1 = 0$

$(2x+3)^2 = 0 \Rightarrow 2x + 3 = 0$ => $x_2 = -1{,}5$

$(x + 1)^3 = 0$ => $x_3 = -1$ **D = IR\{–1,5;–1; 0}**

b) **SP mit x-Achse:**

$(3 + 2x)\, x^2 = 0$

$x^2 = 0$ => $x_1 = 0 \notin D$

$(3 + 2x)^2 = 0 \Rightarrow 3 + 2x = 0$ => $x_2 = -1{,}5 \notin D$

Kein SP vorhanden

SP mit y-Achse

kein SP vorhanden, da $0 \notin D$

c) *Um diese Aufgabe zu lösen, muss man den Funktionsterm vollständig kürzen (s. oben!) und die jeweils zugehörigen kritischen Faktorenim Nenner betrachten.*
Definitionslücken sind: x = –1,5 | x = –1 | x = 0 (vgl. Definitionsmenge – alle ausgeschlossenen Werte)

- **x = –1,5:** Polstelle 1. Ordnung – mit VZW *(Kritischer Faktor (2x + 3): im gekürzten Term in erster Potenz)*
- **x = –1:** Polstelle 3. Ordnung – mit VZW *(Kritischer Faktor (x + 1:) im gekürzten Term in dritter Potenz)*
- **x = 0:** Behebbare Definitionslücke *(Kritischer Faktor: x kommt im gekürzten Term nicht mehr im Nenner vor, da er sich vollständig aus dem Nenner kürzen ließ)*

Gruppe B	Thema *Einfache KD – Rationale Funkt.*	Schwierigkeit: gelb

B 02 $f(x) = \frac{(3+3x)x}{x^3(3x+3)(x+2)} = \frac{1}{x^2(x+2)}$

a) **B:** $x^3(3x + 3)(x + 2) = 0$

$x^3 = 0$ => $x_1 = 0$

$(3x + 3) = 0 \Rightarrow 3x = -3$ => $x_2 = -1$

$(x + 2) = 0$ => $x_3 = -2$ **D = IR\{–2;–1; 0}**

b) **SP mit x-Achse:**

$(3 + 3x)\, x = 0$

$x = 0$ => $x_1 = 0 \notin D$

$3 + 3x = 0 \Rightarrow 3x = -3$ => $x_2 = -1 \notin D$

Kein SP vorhanden

SP mit y-Achse

kein SP vorhanden, da $0 \notin D$

c) *Um diese Aufgabe zu lösen, muss man den Funktionsterm vollständig kürzen (s. oben!) und die jeweils zugehörigen kritischen Faktorenim Nenner betrachten.*
Definitionslücken sind: x = –2 | x = –1 | x = 0 (vgl. Definitionsmenge – alle ausgeschlossenen Werte)

- **x = –2:** Polstelle 1. Ordnung – mit VZW *(Kritischer Faktor (x + 2): im gekürzten Term in erster Potenz)*
- **x = –1:** Behebbare Definitionslücke *(Kritischer Faktor (3x + 3) kommt im gekürzten Term nicht mehr im Nenner vor, da er sich vollständig aus dem Nenner kürzen ließ)*
- **x = 0:** Polstelle 2. Ordnung – ohne VZW *(Kritischer Faktor x: im gekürzten Term in zweiter Potenz)*

Gruppe B	Thema *Einfache KD – Rationale Funkt.*	Schwierigkeit: gelb

B 03 $f(x) = \frac{(5+2x)(x+1)}{x^3(2x+5)(x+1)^3} = \frac{1}{x^3(x+1)^2}$

a) **B:** $x^3(2x + 5)(x + 1)^3 = 0$

$x^3 = 0$ => $x_1 = 0$

$(2x + 5) = 0$ => $2x = -5$ => $x_2 = -2{,}5$

$(x + 1)^3 = 0$ => $x + 1 = 0$ => $x_3 = -1$ **D = IR\{–2,5;–1; 0}**

b) **SP mit x-Achse:**

$(5 + 2x)(x + 1) = 0$

$(5 + 2x) = 0$ => $2x = -5$ => $x_1 = -2{,}5 \notin D$

$x + 1 = 0$ => $x = -1$ => $x_2 = -1 \notin D$

Kein SP vorhanden

SP mit y-Achse

kein SP vorhanden, da $0 \notin D$

c) *Um diese Aufgabe zu lösen, muss man den Funktionsterm vollständig kürzen (s. oben!) und die jeweils zugehörigen kritischen Faktorenim Nenner betrachten.*
Definitionslücken sind: x = –2,5 | x = –1 | x = 0 (vgl. Definitionsmenge – alle ausgeschlossenen Werte)

- **x = –2,5:** Behebbare Definitionslücke *(Kritischer Faktor (2x + 5) kommt im gekürzten Term nicht mehr im Nenner vor, da er sich vollständig aus dem Nenner kürzen ließ)*
- **x = –1:** Polstelle 2. Ordnung – ohne VZW *(Kritischer Faktor (x +1): im gekürzten Term in zweiter Potenz)*
- **x = 0:** Polstelle 3. Ordnung – mit VZW *(Kritischer Faktor x: im gekürzten Term in dritter Potenz)*

Gruppe B	Thema *Einfache KD – Rationale Funkt.*	Schwierigkeit: gelb

B 02 $f(x) = \frac{(3+3x)x}{x^3(3x+3)(x+2)} = \frac{1}{x^2(x+2)}$

a) **B:** $x^3(3x + 3)(x + 2) = 0$

$x^3 = 0$ => $x_1 = 0$

$(3x + 3) = 0$ => $3x = -3$ => $x_2 = -1$

$(x + 2) = 0$ => $x_3 = -2$ **D = IR\{–2;–1; 0}**

b) **SP mit x-Achse:**

$(3 + 3x)\,x = 0$

$x = 0$ => $x_1 = 0 \notin D$

$3 + 3x = 0$ => $3x = -3$ => $x_2 = -1 \notin D$

Kein SP vorhanden

SP mit y-Achse

kein SP vorhanden, da $0 \notin D$

c) *Um diese Aufgabe zu lösen, muss man den Funktionsterm vollständig kürzen (s. oben!) und die jeweils zugehörigen kritischen Faktorenim Nenner betrachten.*
Definitionslücken sind: x = –2 | x = –1 | x = 0 (vgl. Definitionsmenge – alle ausgeschlossenen Werte)

- **x = –2:** Polstelle 1. Ordnung – mit VZW *(Kritischer Faktor (x + 2): im gekürzten Term in erster Potenz)*
- **x = –1:** Behebbare Definitionslücke *(Kritischer Faktor (3x + 3) kommt im gekürzten Term nicht mehr im Nenner vor, da er sich vollständig aus dem Nenner kürzen ließ)*
- **x = 0:** Polstelle 1. Ordnung – mit VZW *(Kritischer Faktor x: im gekürzten Term in zweiter Potenz)*

Gruppe B	Thema *Einfache KD – Rationale Funkt.*	Schwierigkeit: grün

B01 $f(x)=\frac{x+2}{2x-4}$

$g(x)=1+\frac{1}{x-3}-x=\frac{1(x-3)}{x-3}+\frac{1}{x-3}-\frac{x(x-3)}{x-3}=$
$=\frac{x-3+1-x^2+3x}{x-3}=\frac{-x^2+4x-2}{x-3}$

a) **Definitionsmenge** *(Nenner Null setzen)*

2x – 4 = 0
x = 2 **D = IR \{2}**

x – 3 = 0
x = 3 **D = IR \{3}**

b) **SP mit x-Achse**

f(x) = 0

x + 2 = 0

x = –2 **N(–2|0)**

SP mit y-Achse

$f(0)=\frac{0+2}{2\cdot 0-4}=-\frac{1}{2}=-0,5$

S_y(0 | –5)

SP mit x-Achse

$-x^2+4x-2=0$

$x_{1|2}=\frac{-4\pm\sqrt{8}}{-2}=2\mp\sqrt{2}$

$N_1\left(2-\sqrt{2}\middle|0\right)$ $N_2\left(2+\sqrt{2}\middle|0\right)$

SP mit y-Achse

$f(0)=\frac{-0^2+4\cdot 0-2}{0-3}=\frac{2}{3}$

$S_y\left(0\middle|\frac{2}{3}\right)$

$x_1\approx 0,6 \mid x_2\approx 3,4$

c) **Randverhalten**

(Ränder: –∞; 2^-;2^+ und +∞) *(Zählergrad = Nennergrad)*

$\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\frac{1}{2}\\ \lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\frac{1}{2}\end{array}\right\}$ horizontale Asymptote: $y=\frac{1}{2}$

$\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to 2^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 2^-}\frac{\overset{+}{x+2}}{\underset{-}{2x-4}}=-\infty\\ \lim\limits_{x\to 2^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 2^+}\frac{\overset{+}{x+2}}{\underset{+}{2x-4}}=+\infty\end{array}\right\}$ vertikale Asymptote: $x=2$

(Ränder: –∞; 3^-;3^+ und +∞) *(Zählergrad > Nennergrad)*

schräge Asymptote: $y=-x+1$

damit: $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$, $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$

$\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to 3^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 3^-}\frac{\overset{+}{-x^2+4x-2}}{\underset{-}{x-3}}=-\infty\\ \lim\limits_{x\to 3^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 3^+}\frac{\overset{+}{-x^2+4x-2}}{\underset{+}{x-3}}=+\infty\end{array}\right\}$ vertikale Asymptote: $x=3$

Gruppe B	Thema *Einfache KD – Rationale Funkt.*	Schwierigkeit: grün

B02 $f(x)=\frac{x-2}{5x+15}$

$g(x)=0,5x+\frac{3}{x-1}-2=\frac{0,5x(x-1)}{x-1}+\frac{3}{x-1}-\frac{2(x-1)}{x-1}=$
$=\frac{0,5x^2-0,5x+3-2x+2}{x-1}=\frac{0,5x^2-2,5x+5}{x-1}$

a) **Definitionsmenge** *(Nenner Null setzen)*

5x + 15 = 0
x = –3 **D = IR \{–3}**

x – 1 = 0
x = 1 **D = IR \{1}**

b) **SP mit x-Achse**

f(x) = 0

x – 2 = 0

x = 2 **N(2|0)**

SP mit y-Achse

$f(0)=\frac{0-2}{5\cdot 0+15}=\frac{2}{15}\approx 0,13$

$S_y\left(0\middle|\frac{2}{15}\right)$

SP mit x-Achse

$0,5x^2-2,5x+5=0$

$x_{1|2}=\frac{-2,5\pm\sqrt{-3,75}}{-1}$

Nicht definiert | Kein SP mit x-Achse vorhanden

SP mit y-Achse

$f(0)=\frac{0,5\cdot 0^2-2,5\cdot 0+5}{0-1}=-5$

S_y (0|–5)

c) **Randverhalten**

(Ränder: –∞; -3^-;-3^+ und +∞) *(Zählergrad = Nennergrad)*

$\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\frac{1}{5}\\ \lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\frac{1}{5}\end{array}\right\}$ horizontale Asymptote: $y=\frac{1}{5}$

$\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to -3^-} f(x)=\lim\limits_{x\to -3^-}\frac{\overset{-}{x-2}}{\underset{-}{5x+15}}=+\infty\\ \lim\limits_{x\to -3^+} f(x)=\lim\limits_{x\to -3^+}\frac{\overset{-}{x-2}}{\underset{+}{5x+15}}=-\infty\end{array}\right\}$ vertikale Asymptote: $x=-3$

(Ränder: –∞; 1^-;-1^+ und +∞) *(Zählergrad >Nennergrad)*

schräge Asymptote: $y=0,5x-2$

damit: $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$, $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$

$\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to 1^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 1^-}\frac{\overset{+}{0,5x^2-2,5x+5}}{\underset{-}{x-1}}=-\infty\\ \lim\limits_{x\to 1^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 1^+}\frac{\overset{+}{0,5x^2-2,5x+5}}{\underset{+}{x-1}}=+\infty\end{array}\right\}$ vertikale Asymptote: $x=1$

Gruppe B	**Thema** *Einfache KD – Rationale Funkt.*	**Schwierigkeit:** grün

B03 $f(x)=\frac{2x+1}{3x-9}$

$$g(x)=2+\frac{3}{x+1}-0{,}75x=\frac{2(x+1)}{x+1}+\frac{3}{x+1}-\frac{0{,}75x(x+1)}{x+1}=$$
$$=\frac{2x+2+3-0{,}75x^2-0{,}75x}{x+1}=\frac{-0{,}75x^2+1{,}25x+5}{x+1}$$

a) **Definitionsmenge** *(Nenner Null setzen)*

3x – 9 = 0
x = 3 **D = IR \{3}**

x + 1 = 0
x = –1 **D = IR \{–1}**

b) **SP mit x-Achse**

f(x) = 0

2x + 1 = 0

x = 0,5 **N(0,5 | 0)**

SP mit y-Achse

$f(0)=\frac{2\cdot 0+1}{3\cdot 0-9}=-\frac{1}{9}\approx -0{,}1$

$S_y\left(0\middle|-\frac{1}{9}\right)$

SP mit x-Achse

$-0{,}75x^2+1{,}25x+5=0$

$x_{1|2}=\frac{-1{,}25\pm\sqrt{16{,}5625}}{1{,}5}$

$N_1\left(\frac{-1{,}25+\sqrt{16{,}5625}}{1{,}5}\middle|0\right)$ $N_2\left(\frac{-1{,}25-\sqrt{16{,}5625}}{1{,}5}\middle|0\right)$ $x_1\approx 3{,}5 \mid x_2\approx -1{,}9$

SP mit y-Achse

$g(0)=\frac{-0{,}75\cdot 0^2+1{,}25\cdot 0+5}{0+1}=5$

S_y (0|5)

c) **Randverhalten**

(Ränder sind $-\infty$; 3^-; 3^+ und $+\infty$) *(Zählergrad = Nennergrad)*

$\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\frac{2}{3}\\ \lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\frac{2}{3}\end{array}\right\}$ horizontale Asymptote: $y=\frac{2}{3}$

$\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to 3^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 3^-}\frac{\overset{+}{2x+1}}{\underset{-}{3x-9}}=-\infty\\ \lim\limits_{x\to 3^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 3^+}\frac{\overset{+}{2x+1}}{\underset{+}{3x-9}}=+\infty\end{array}\right\}$ vertikale Asymptote: $x=3$

(Ränder sind $-\infty$; -1^-; -1^+ und $+\infty$) *(Zählergrad > Nennergrad)*

schräge Asymptote: $y=-0{,}75x+2$

damit: $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$, $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$

$\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to -1^-} f(x)=\lim\limits_{x\to -1^-}\frac{\overset{+}{\overline{-0{,}75x^2+1{,}25x+5}}}{\underset{-}{x+1}}=-\infty\\ \lim\limits_{x\to -1^+} f(x)=\lim\limits_{x\to -1^+}\frac{\overset{+}{\overline{-0{,}75x^2+1{,}25x+5}}}{\underset{+}{x+1}}=+\infty\end{array}\right\}$ vertikale Asymptote: $x=-1$

Gruppe B	**Thema** *Einfache KD – Rationale Funkt.*	**Schwierigkeit:** grün

B03 $f(x)=\frac{2x+1}{3x-9}$

$$g(x)=2+\frac{3}{x+1}-0{,}75x=\frac{2(x+1)}{x+1}+\frac{3}{x+1}-\frac{0{,}75x(x+1)}{x+1}=$$
$$=\frac{2x+2+3-0{,}75x^2-0{,}75x}{x+1}=\frac{-0{,}75x^2+1{,}25x+5}{x+1}$$

a) **Definitionsmenge** *(Nenner Null setzen)*

3x – 9 = 0
x = 3 **D = IR \{3}**

x + 1 = 0
x = –1 **D = IR \{–1}**

b) **SP mit x-Achse**

f(x) = 0

2x + 1 = 0

x = 0,5 **N(0,5 | 0)**

SP mit y-Achse

$f(0)=\frac{2\cdot 0+1}{3\cdot 0-9}=-\frac{1}{9}\approx -0{,}1$

$S_y\left(0\middle|-\frac{1}{9}\right)$

SP mit x-Achse

$-0{,}75x^2+1{,}25x+5=0$

$x_{1|2}=\frac{-1{,}25\pm\sqrt{16{,}5625}}{1{,}5}$

$N_1\left(\frac{-1{,}25+\sqrt{16{,}5625}}{1{,}5}\middle|0\right)$ $N_2\left(\frac{-1{,}25-\sqrt{16{,}5625}}{1{,}5}\middle|0\right)$ $x_1\approx 3{,}5 \mid x_2\approx -1{,}9$

SP mit y-Achse

$g(0)=\frac{-0{,}75\cdot 0^2+1{,}25\cdot 0+5}{0+1}=5$

S_y (0|5)

c) **Randverhalten**

(Ränder sind $-\infty$; 3^-; 3^+ und $+\infty$) *(Zählergrad = Nennergrad)*

$\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\frac{2}{3}\\ \lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\frac{2}{3}\end{array}\right\}$ horizontale Asymptote: $y=\frac{2}{3}$

$\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to 3^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 3^-}\frac{\overset{+}{2x+1}}{\underset{-}{3x-9}}=-\infty\\ \lim\limits_{x\to 3^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 3^+}\frac{\overset{+}{2x+1}}{\underset{+}{3x-9}}=+\infty\end{array}\right\}$ vertikale Asymptote: $x=3$

(Ränder sind $-\infty$; -1^-; -1^+ und $+\infty$) *(Zählergrad > Nennergrad)*

schräge Asymptote: $y=-0{,}75x+2$

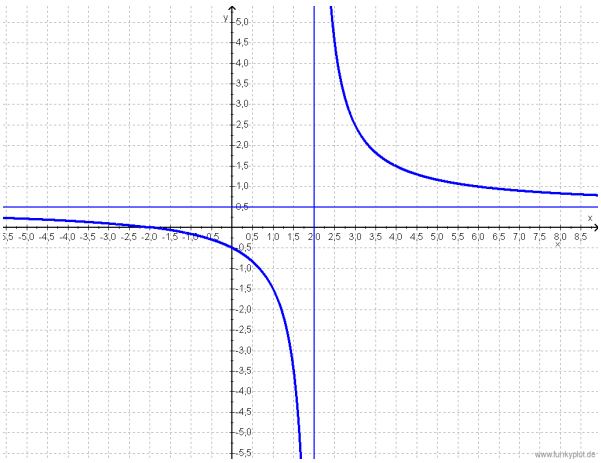
damit: $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$, $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$

$\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to -1^-} f(x)=\lim\limits_{x\to -1^-}\frac{\overset{+}{\overline{-0{,}75x^2+1{,}25x+5}}}{\underset{-}{x+1}}=-\infty\\ \lim\limits_{x\to -1^+} f(x)=\lim\limits_{x\to -1^+}\frac{\overset{+}{\overline{-0{,}75x^2+1{,}25x+5}}}{\underset{+}{x+1}}=+\infty\end{array}\right\}$ vertikale Asymptote: $x=-1$

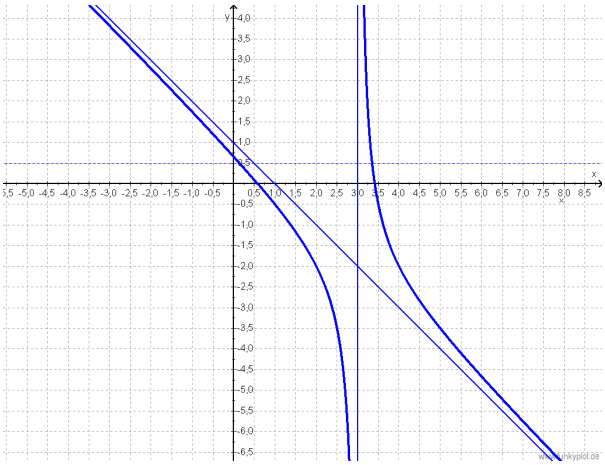
Karteikarten für Jg. 11 © H. Drothler www.drothler.net

Gruppe B	**Thema** *Einfache KD – Rationale Funkt.*	**Schwierigkeit:** grün

B01 Graph von f

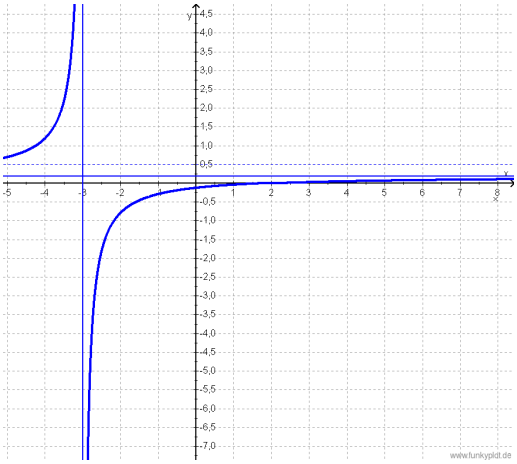


Graph von g (gestrichelte Linie nicht beachten!)

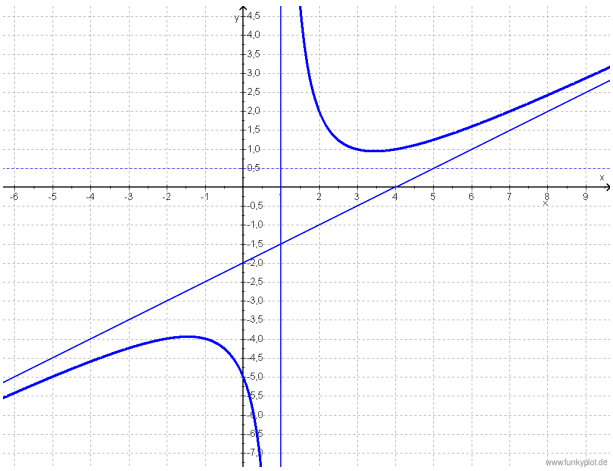


Gruppe B	**Thema** *Einfache KD – Rationale Funkt.*	**Schwierigkeit:** grün

B02 Graph von f (gestrichelte Linie nicht beachten!)

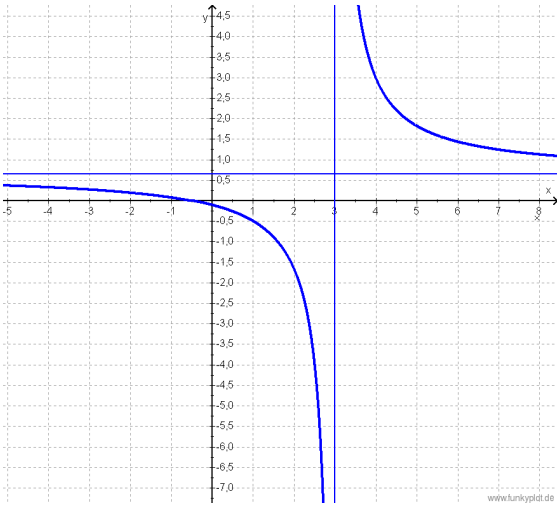


Graph von g (gestrichelte Linie nicht beachten!)

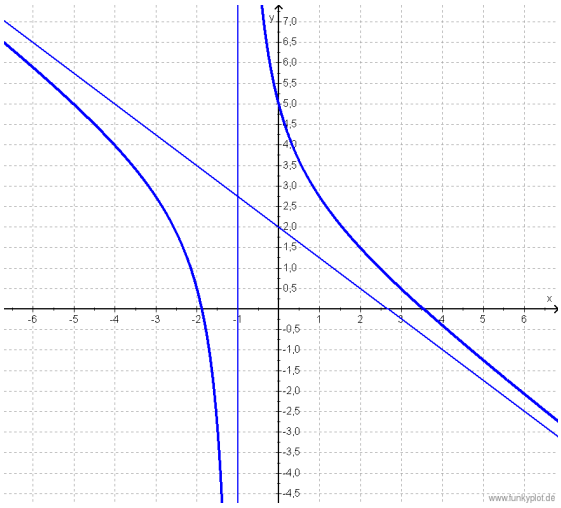


Gruppe B	**Thema** *Einfache KD – Rationale Funkt.*	**Schwierigkeit:** grün

B03 Graph von f (gestrichelte Linie nicht beachten!)

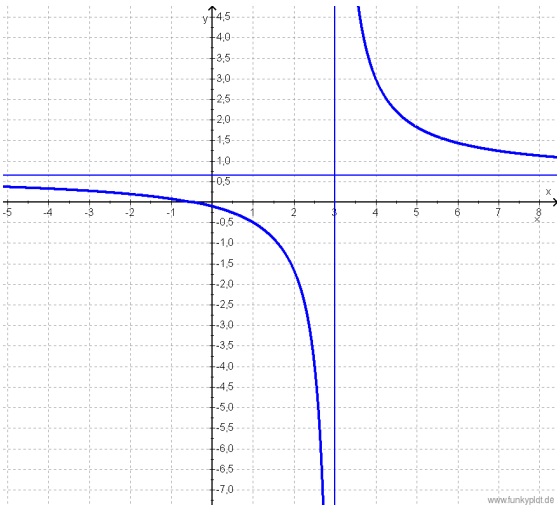


Graph von g

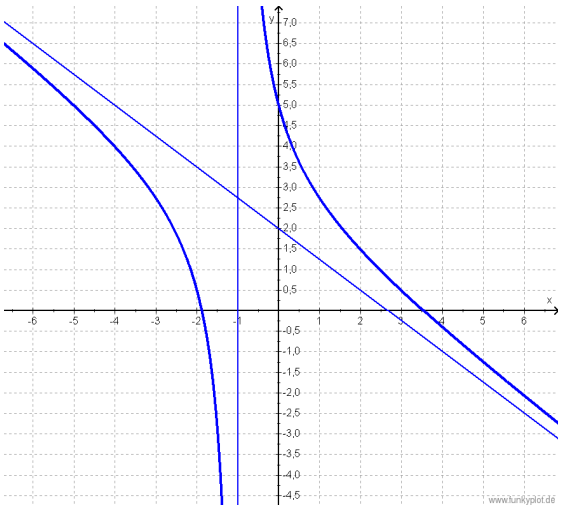


Gruppe B	**Thema** *Einfache KD – Rationale Funkt.*	**Schwierigkeit:** grün

B03 Graph von f (gestrichelte Linie nicht beachten!)



Graph von g



Gruppe B	Thema *Einfache KD – Rationale Funkt.*	Schwierigkeit: blau

B01 $f(x)=\frac{9-x^2}{4x+2x^2-30}=\frac{-x^2+9}{2x^2+4x-30}=\frac{-(x^2-9)}{2(x^2+2x-15)}=\frac{-(x-3)(x+3)}{2(x-3)(x+5)}=\frac{-(x+3)}{2(x+5)}$

a) **Definitionsmenge** *(ungekürzten Nenner Null setzen)*

$2(x-3)(x+5) = 0$

$x_1 = 3$ $\quad x_2 = -5$ $\quad D = IR \setminus\{-5; 3\}$

b) **SP mit x-Achse** *(gekürzter Term)*

$f(x) = 0 \Rightarrow -(x+3) = 0$

$x = -3$ $\quad N(-3|0)$

SP mit y-Achse *(gekürzter Term)*

$f(0)=\frac{-(0+3)}{2(0+5)}=-0{,}3$ $\quad S_y(0|-0{,}3)$

c) **Randverhalten** *(Ränder sind $-\infty$; -5^-; -5^+; 3 und $+\infty$)*
(Zählergrad = Nennergrad)

$\lim\limits_{x\to 3} f(x)=\lim\limits_{x\to 3}\frac{-(x+3)}{2(x+5)}=-\frac{3}{8}$ behebbare Lücke; $L\left(3\middle|-\frac{3}{8}\right)$

$$\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to -5^-} f(x)=\lim\limits_{x\to -5^-}\frac{\overbrace{-(x+3)}^{+}}{2\underbrace{(x+5)}_{-}}=-\infty\\ \lim\limits_{x\to -5^+} f(x)=\lim\limits_{x\to -5^+}\frac{\overbrace{-(x+3)}^{+}}{2\underbrace{(x+5)}_{+}}=+\infty\end{array}\right\}\text{vertikale Asymptote: } x=-5$$

$$\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)=-\frac{1}{2}\\ \lim\limits_{x\to +\infty} f(x)=-\frac{1}{2}\end{array}\right\}\text{horizontale Asymptote: } y=-\frac{1}{2}$$

Gruppe B	Thema *Einfache KD – Rationale Funkt.*	Schwierigkeit: blau

B02 $f(x)=\frac{x^2+2x}{30-3x^2+9x}=\frac{x(x+2)}{-3x^2+9x+30}=\frac{x(x+2)}{-3(x^2-3x-10)}=\frac{x(x+2)}{-3(x+2)(x-5)}=\frac{x}{-3(x-5)}$

a) **Definitionsmenge** *(Nenner Null setzen)*

$-3(x+2)(x-5) = 0$

$x_1 = -2$ $\quad x_2 = 5$ $\quad D = IR \setminus\{-2; 5\}$

b) **SP mit x-Achse** *(gekürzter Term)*

$x = 0$

$N(0|0)$ (auch SP mit y-Achse)

c) **Randverhalten** *(Ränder sind $-\infty$; 2; 5^-; 5^+ und $+\infty$)*
(Zählergrad = Nennergrad)

$\lim\limits_{x\to -2} f(x)=\lim\limits_{x\to -2}\frac{x}{-3(x-5)}=-\frac{2}{21}$ behebbare Lücke; $L\left(-2\middle|-\frac{2}{21}\right)$

$$\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to 5^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 5^-}\frac{\overbrace{x}^{+}}{\underbrace{-3}_{-}\underbrace{(x-5)}_{-}}=-\infty\\ \lim\limits_{x\to 5^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 5^+}\frac{\overbrace{x}^{+}}{\underbrace{-3}_{-}\underbrace{(x-5)}_{+}}=-\infty\end{array}\right\}\text{vertikale Asymptote: } x=5$$

$$\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)=-\frac{1}{3}\\ \lim\limits_{x\to +\infty} f(x)=-\frac{1}{3}\end{array}\right\}\text{horizontale Asymptote: } y=-\frac{1}{3}$$

Gruppe B	Thema *Einfache KD – Rationale Funkt.*	Schwierigkeit: blau

B03 $f(x)=\frac{x^2+3x+2}{16+4x-2x^2}=\frac{x^2+3x+2}{-2x^2+4x+16}=\frac{x^2+3x+2}{-2(x^2-2x-8)}=\frac{(x+1)(x+2)}{-2(x+2)(x-4)}=\frac{(x+1)}{-2(x-4)}$

a) **Definitionsmenge** *(Nenner Null setzen)*

$-2(x+2)(x-4)=0$

$x_1=-2$ $\quad x_2=4$ $\quad D=IR\setminus\{-2;4\}$

SP mit x-Achse *(gekürzter Term)*

$f(x)=0 \Rightarrow x+1=0$

$x=-1$ $\quad N(-1|0)$

SP mit y-Achse *(gekürzter Term)*

$f(0)=\frac{(0+1)}{-2(0-4)}=\frac{1}{8}$ $\quad S_y\left(0\middle|\frac{1}{8}\right)$

c) **Randverhalten** *(Ränder sind $-\infty$; -2; 4^-; 4^+ und $+\infty$)*
(Zählergrad = Nennergrad)

$\lim\limits_{x\to-2} f(x)=\lim\limits_{x\to-2}\frac{x+1}{-2(x-4)}=-\frac{1}{12}$ behebbare Lücke; $L\left(-2\middle|-\frac{1}{12}\right)$

$$\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to4^-} f(x)=\lim\limits_{x\to4^-}\frac{\overset{+}{x+1}}{\underset{-}{-2}\underbrace{(x-4)}_{-}}=-\infty\\ \lim\limits_{x\to4^+} f(x)=\lim\limits_{x\to4^+}\frac{\overset{+}{x+1}}{\underset{-}{-2}\underbrace{(x-4)}_{+}}=-\infty\end{array}\right\}\text{vertikale Asymptote: } x=4$$

$$\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\frac{1}{2}\\ \lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-\frac{1}{2}\end{array}\right\}\text{horizontale Asymptote: } y=-\frac{1}{2}$$

Gruppe B	Thema *Einfache KD – Rationale Funkt.*	Schwierigkeit: blau

B01 $f(x)=\frac{9-x^2}{4x+2x^2-30}=\frac{-x^2+9}{2x^2+4x-30}=\frac{-(x^2-9)}{2(x^2+2x-15)}=\frac{-(x-3)(x+3)}{2(x-3)(x+5)}=\frac{-(x+3)}{2(x+5)}$

a) **Definitionsmenge** *(ungekürzten Nenner Null setzen)*

$2(x-3)(x+5)=0$

$x_1=3$ $\quad x_2=-5$ $\quad D=IR\setminus\{-5;3\}$

b) **SP mit x-Achse** *(gekürzter Term)*

$f(x)=0 \Rightarrow -(x+3)=0$

$x=-3$ $\quad N(-3|0)$

SP mit y-Achse *(gekürzter Term)*

$f(0)=\frac{-(0+3)}{2(0+5)}=-0{,}3$ $\quad S_y(0|-0{,}3)$

c) **Randverhalten** *(Ränder sind $-\infty$; -5^-; -5^+; 3 und $+\infty$)*
(Zählergrad = Nennergrad)

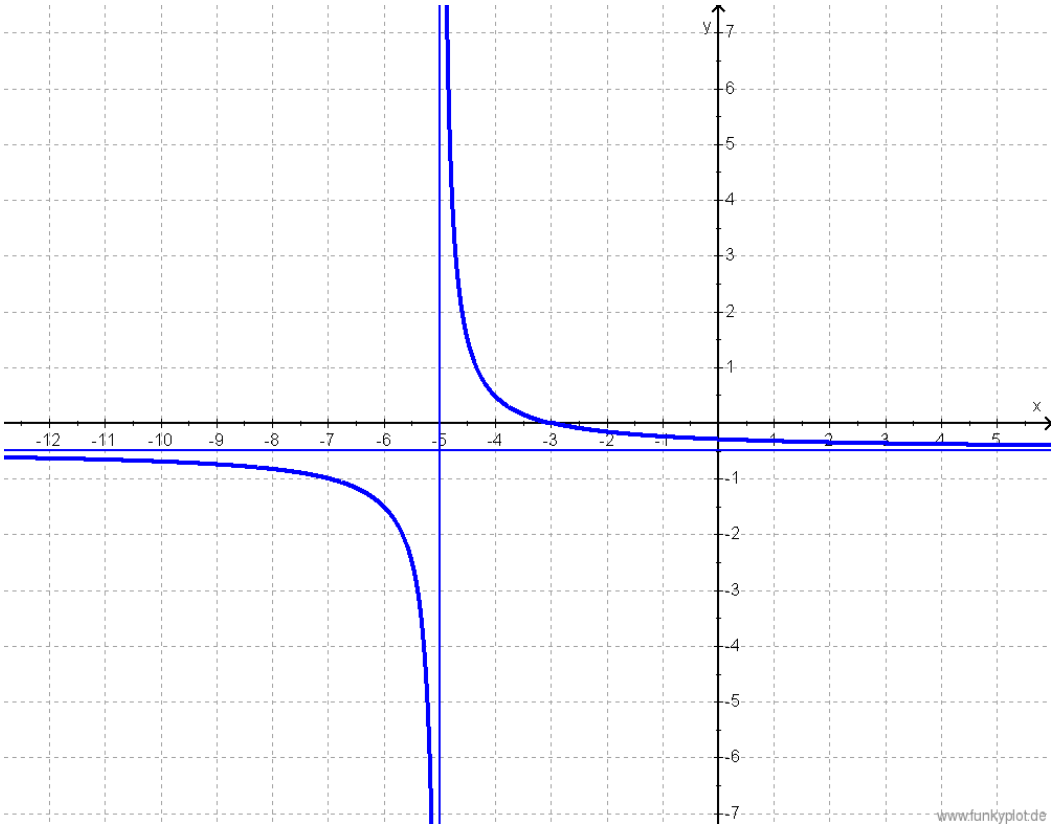
$\lim\limits_{x\to3} f(x)=\lim\limits_{x\to3}\frac{-(x+3)}{2(x+5)}=-\frac{3}{8}$ behebbare Lücke; $L\left(3\middle|-\frac{3}{8}\right)$

$$\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to-5^-} f(x)=\lim\limits_{x\to-5^-}\frac{\overset{+}{-(x+3)}}{\underbrace{2(x+5)}_{-}}=-\infty\\ \lim\limits_{x\to-5^+} f(x)=\lim\limits_{x\to-5^+}\frac{\overset{+}{-(x+3)}}{\underbrace{2(x+5)}_{+}}=+\infty\end{array}\right\}\text{vertikale Asymptote: } x=-5$$

$$\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\frac{1}{2}\\ \lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-\frac{1}{2}\end{array}\right\}\text{horizontale Asymptote: } y=-\frac{1}{2}$$

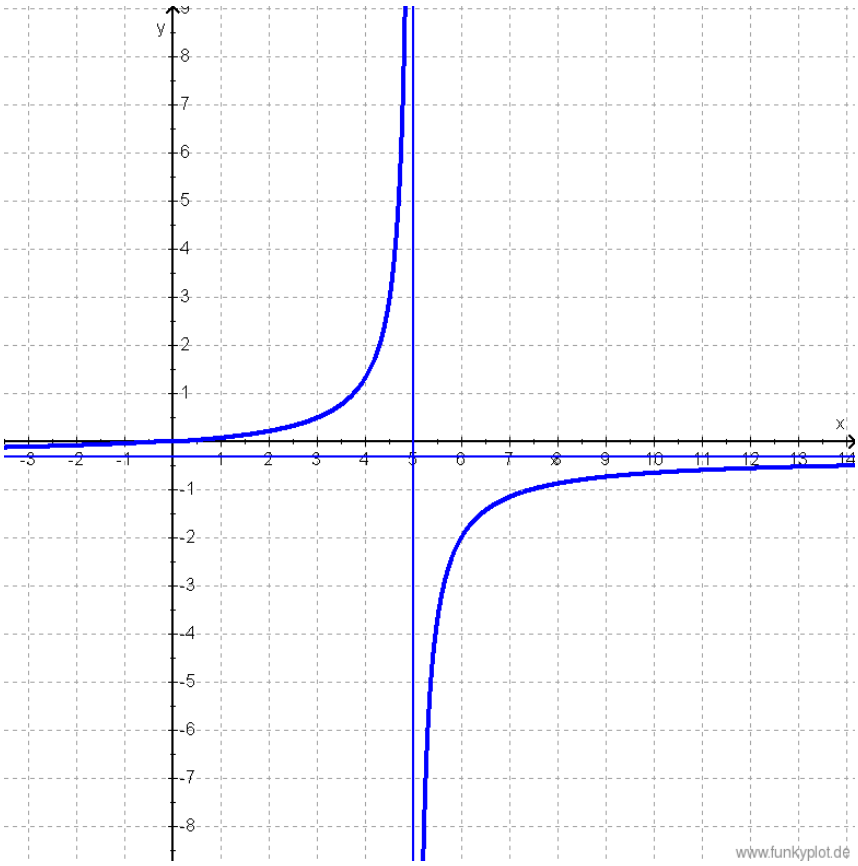
Gruppe B	Thema *Einfache KD – Rationale Funkt.*	Schwierigkeit: blau

B01



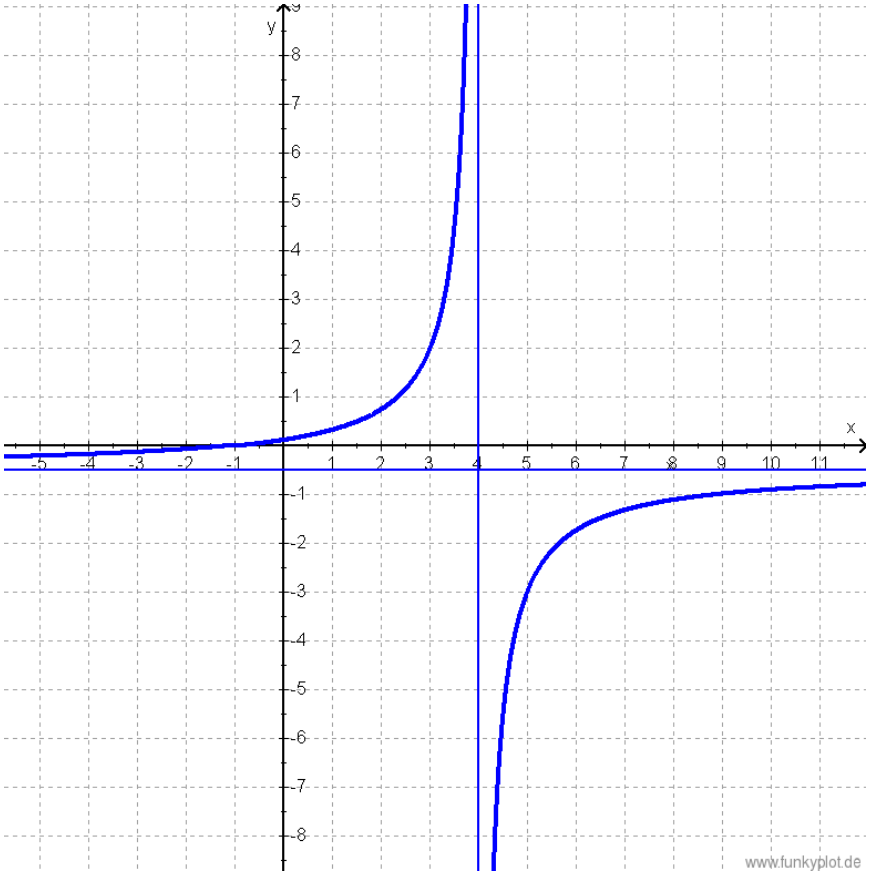
Gruppe B	Thema *Einfache KD – Rationale Funkt.*	Schwierigkeit: blau

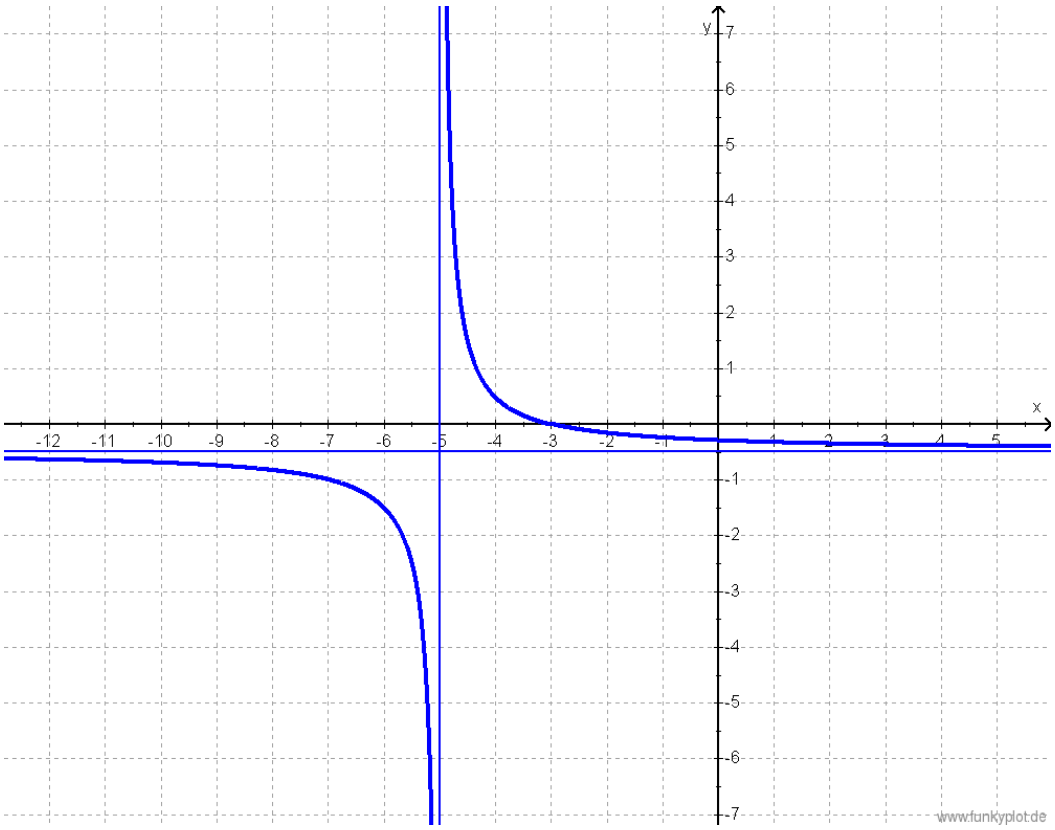
B02



Gruppe B	Thema *Einfache KD – Rationale Funkt.*	Schwierigkeit: blau

B03



Gruppe B	Thema *Einfache KD – Rationale Funkt.*	Schwierigkeit: blau

B01